

Force chain を作る確率モデル

大畑 和生

2008年10月14日

目次

1	序論	1
2	粉体特有の現象	1
3	確率モデル	3
4	考察	4

1 序論

粉体は、形状が不規則な微小な粒子が、不規則に配置された集合体です。よって、粉体を扱う場合、個々の粒子に注目して解析し、それに基づき系全体としての粉体を理解することは困難だと思われます。ここでは、個々の粒子に注目することを諦め、考える系をセルに分割し、粉体特有の現象を再現するような確率モデルを考案しました。

2 粉体特有の現象

粉体として、異なる直径を持つ2つの円柱状の光弾性体^{*1}を2次元正方形領域に詰め外部から力を加えると、粉体内部では粉体特有の応力パタンが見られます。図2は、左右方向から力を加えたときにおける応力パタンです。光弾性体の性質から力が強くかかっている部分だけが白く見えます。図2に見られるような、力の伝播のつながりは Force chain と呼ばれ、粉体の特徴の一つです。

^{*1} 光弾性体とは、外力による歪によって複屈折の大きさと向きが変化する物質です。そのため、外力をかけてない状態とかけた状態とで光弾性体を偏光版を挟んで見比べてみると、異なる干渉縞が現れます。図1は円柱状の光弾性体に力を加えたときの干渉縞の様子です。

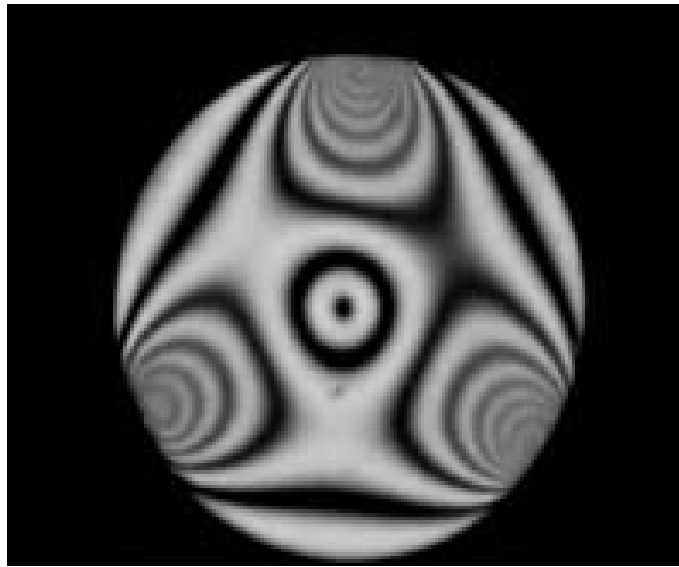


図1 高さ 0.6cm、直径 0.9cm の円柱形の光弾性体に、正三角形の頂点に対応する点に等しい力を加えた時に見られる干渉パターン

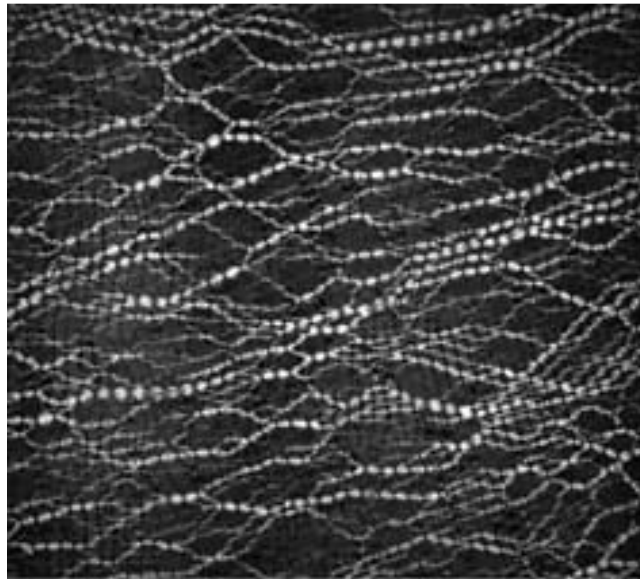


図2 高さ 0.6cm、直径が 0.8cm と 0.9cm の円柱形の光弾性体を 1:4 の割合で正方形領域に 2500 個詰めて、横方向から力を加え、中央の約 250 個の光弾性体を撮影した写真。

3 確率モデル

図2に見られるような、応力パターンを再現するようなセル・オートマトンモデルを考案しました。それは、以下に述べるようなルールに従うものです。

- 粉体が詰められた正方形領域を $n \times n$ の格子に分割する
- 力の大きさは各セルに与えられた数値であらわす
- 正方形領域の4つの外壁にかかる力はそれぞれ一様であるとし、上下の壁、左右の壁にかかる力はそれぞれ等しい。これは、壁による力のかけ方と、系の力のつりあいを満足するような物理的な仮定である。
- m 行 k 列のセルにいれらた上の壁の力による数値は、 $m + 1$ 行の $k - 1$ 、 k 、 $k + 1$ 列のいずれかに当確率で伝播する。ここで境界条件として、 $k - 1$ が負または $k + 1$ が n より大きいときは、そのセルに力が伝播する確立は0であるとする。
- m 行 k 列のセルにいれらた下の壁の力による数値は、 $m - 1$ 行の $k - 1$ 、 k 、 $k + 1$ 列のいずれかに当確率で伝播する。ここで境界条件として、 $k - 1$ が負または $k + 1$ が n より大きいときは、そのセルに力が伝播する確立は0であるとする。
- m 行 k 列のセルにいれらた左の壁の力による数値は、 $m + 1$ 列の $k - 1$ 、 k 、 $k + 1$ 行のいずれかに当確率で伝播する。ここで境界条件として、 $k - 1$ が負または $k + 1$ が n より大きいときは、そのセルに力が伝播する確立は0であるとする。
- m 行 k 列のセルにいれらた右の壁の力による数値は、 $m - 1$ 列の $k - 1$ 、 k 、 $k + 1$ 行のいずれかに当確率で伝播する。ここで境界条件として、 $k - 1$ が負または $k + 1$ が n より大きいときは、そのセルに力が伝播する確立は0であるとする。

以上のルールに従うモデルを計算機で実行した結果が、図3です。x軸、y軸が二次元領域を表し、z軸が力の数値を表しています。左右の壁にかかる力と上下の壁にかかる力は10 : 1としています。図2と図3の様子が 似ている ことが見て取れると思います。

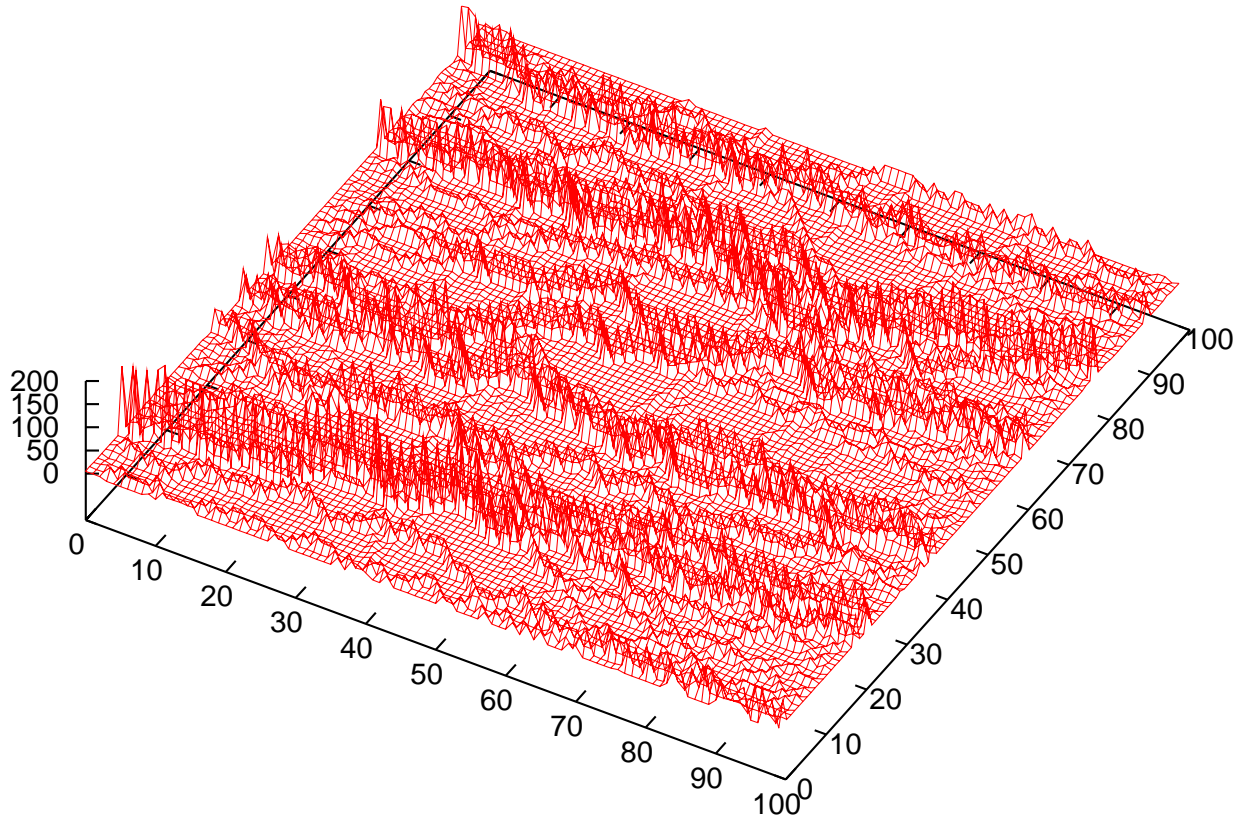


図 3

4 考察

ここでは、単に図 2 と図 3 が似ているということしか言えませんでした。さらに実験とモデルとで対応するある量を見出すことが出来れば良かったと思います。しかし、それ以前にこのモデルによる力の伝播の仕方はこの実験にのみ適合するようなルールであり、例えば、境界の形や、力のかかり方を変えた実験に対してはこのルールではうまくいきません。もっと多くの実験に適應することができる簡潔なルールを探しだすことが出来たら面白いと思います。