

課題演習 B8 レポート 振動を加えられた粉粒体の摩擦力の変化

京都大学理学部 3回 浜 直史

平成 20 年 10 月 10 日

1 概要

粉粒体は、局所的な力学は単純なものであるが、全体を巨視的に見た時の挙動は複雑で特有なものとなる。今回はこの粉粒体の静力学、特に摩擦力についての実験である。一般に、粉粒体に振動を加えるとその充填率が増し、その表面が持つ摩擦力は振動を加える前の数倍となるという現象が知られている。この現象を、特に密度に注目し定量的に観察することを今回の実験の目的とした。しかし今回は特に意味のある結果は得られなかった。

2 実験

以下の手順で行われる。

1. メスシリンダーの中心に木製円柱状の棒を固定し、その端からメスシリンダーに粉粒体を注ぎ込む
2. メスシリンダーの底を固定した状態で、電磁石によってピストン運動する装置を用いて、メスシリンダーを外部から水平方向に叩く
3. モーターによって上部から棒を引き上げ、この際にかかる力の最大値をばねばかりによって測定する

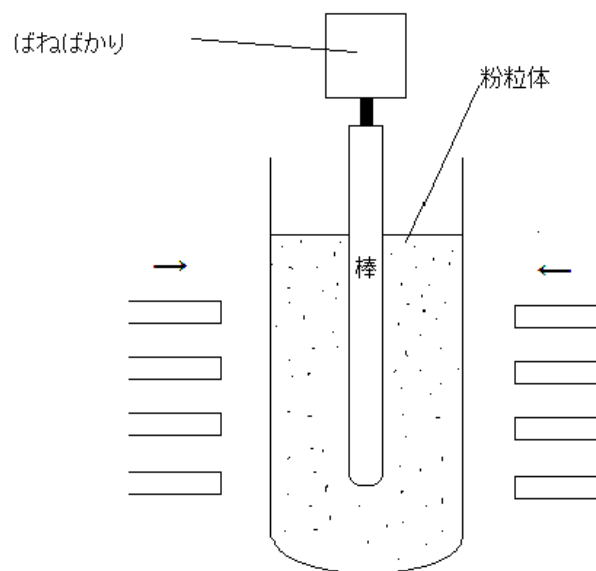


図 1: 実験器具の模式図

3 結果

以下である。なお、空欄となっているところは測定が出来なかった箇所である。

粉体の材質	入れた質量 (g)	底面から棒迄 の高さ (cm)	メスシリンダー の半径 (cm)	棒の半径 (cm)
砂	120.0	2.8	1.27E+00	0.6

叩く回数 (回)	叩く前の密度 (g/cm ³)	叩いた後の密度 (g/cm ³)	力 (N)	叩く前密度誤差 (g/cm ³)	叩いた後の密度誤差 (g/cm ³)
20	1.48E+00	1.55E+00	3.19E+02	1.32E-01	3.33E-02
20	1.48E+00	1.57E+00	4.00E+02	1.32E-01	3.36E-02
21	1.46E+00	1.57E+00	3.39E+02	1.30E-01	3.36E-02
21	1.46E+00	1.56E+00	3.87E+02	1.30E-01	3.35E-02
22	1.48E+00	1.57E+00	4.62E+02	1.32E-01	3.36E-02
22	1.49E+00	1.57E+00	4.56E+02	1.34E-01	3.36E-02
23	1.48E+00	1.57E+00	4.30E+02	1.32E-01	3.36E-02
23	1.48E+00	1.57E+00	3.97E+02	1.32E-01	3.36E-02
0	1.48E+00	1.48E+00	2.01E+02	1.32E-01	3.17E-02
0	1.47E+00	1.47E+00	1.77E+02	1.31E-01	3.16E-02
1	1.46E+00	1.47E+00	1.20E+02	1.28E-01	3.16E-02
1	1.46E+00	1.47E+00	1.76E+02	1.30E-01	3.16E-02
2	1.47E+00	1.49E+00	1.18E+02	1.31E-01	3.20E-02
2	1.46E+00	1.49E+00	99	1.30E-01	3.19E-02
3	1.46E+00	1.49E+00	1.34E+02	1.30E-01	3.20E-02
3	1.46E+00	1.50E+00	1.76E+02	1.30E-01	3.22E-02
4	1.46E+00	1.50E+00	1.42E+02	1.30E-01	3.22E-02
4	1.47E+00	1.51E+00	1.32E+02	1.31E-01	3.23E-02
5		1.52E+00	1.05E+02		3.27E-02
5	1.46E+00	1.52E+00	1.42E+02	1.30E-01	3.25E-02
6	1.47E+00	1.53E+00	1.75E+02	1.31E-01	3.28E-02
6	1.47E+00	1.52E+00	2.21E+02	1.31E-01	3.27E-02
7	1.47E+00	1.52E+00	1.98E+02	1.31E-01	3.27E-02
7	1.46E+00	1.52E+00	2.94E+02	1.30E-01	3.27E-02
8	1.47E+00	1.53E+00	2.13E+02	1.31E-01	3.28E-02
8	1.47E+00	1.53E+00	2.24E+02	1.31E-01	3.28E-02
9	1.48E+00	1.53E+00	82	1.32E-01	3.28E-02
9	1.48E+00	1.54E+00	2.02E+02	1.32E-01	3.30E-02
10	1.47E+00	1.54E+00	2.02E+02	1.31E-01	3.30E-02
10	1.48E+00	1.54E+00	1.83E+02	1.32E-01	3.30E-02
11	1.48E+00	1.55E+00	1.77E+02	1.32E-01	3.31E-02
11		1.54E+00	1.91E+02		3.30E-02
12	1.47E+00	1.54E+00	2.35E+02	1.31E-01	3.30E-02
12	1.47E+00	1.54E+00	2.36E+02	1.31E-01	3.30E-02
13	1.46E+00	1.55E+00	2.93E+02	1.30E-01	3.31E-02
13	1.48E+00	1.55E+00	3.14E+02	1.32E-01	3.33E-02
14	1.48E+00	1.55E+00	2.74E+02	1.32E-01	3.31E-02
14	1.49E+00	1.55E+00	2.85E+02	1.33E-01	3.31E-02

15	1.48E+00	1.55E+00	3.29E+02	1.32E-01	3.33E-02
15	1.46E+00	1.55E+00	2.81E+02	1.30E-01	3.31E-02
16	1.46E+00	1.55E+00	2.45E+02	1.28E-01	3.31E-02
16	1.46E+00	1.55E+00	3.41E+02	1.30E-01	3.31E-02
17	1.47E+00	1.55E+00	3.92E+02	1.31E-01	3.33E-02
17	1.47E+00	1.55E+00	3.71E+02	1.31E-01	3.33E-02
17	1.46E+00	1.55E+00	3.13E+02	1.30E-01	3.33E-02
18	1.48E+00	1.55E+00	3.71E+02	1.32E-01	3.33E-02
18	1.48E+00	1.56E+00	3.62E+02	1.32E-01	3.35E-02
19	1.48E+00	1.57E+00	4.89E+02	1.32E-01	3.36E-02
19	1.47E+00	1.56E+00	3.93E+02	1.31E-01	3.35E-02
5	1.48E+00	1.52E+00	2.05E+02	1.32E-01	3.27E-02
6	1.49E+00	1.52E+00	3.33E+02	1.33E-01	3.27E-02
6	1.49E+00	1.53E+00	3.16E+02	1.33E-01	3.28E-02
7	1.49E+00	1.54E+00	3.02E+02	1.33E-01	3.30E-02
7	1.47E+00	1.54E+00	2.72E+02	1.31E-01	3.30E-02
8	1.46E+00	1.53E+00	2.83E+02	1.30E-01	3.28E-02
8	1.47E+00	1.52E+00	3.30E+02	1.31E-01	3.27E-02
9	1.48E+00	1.53E+00	2.09E+02	1.32E-01	3.28E-02
9	1.46E+00	1.52E+00	2.82E+02	1.28E-01	3.25E-02
10	1.45E+00	1.52E+00	2.76E+02	1.27E-01	3.25E-02
10	1.46E+00	1.52E+00	3.14E+02	1.28E-01	3.25E-02
11	1.47E+00	1.54E+00	3.19E+02	1.31E-01	3.30E-02
11	1.46E+00	1.52E+00	3.36E+02	1.30E-01	3.27E-02
12	1.46E+00	1.52E+00	3.36E+02	1.28E-01	3.27E-02
12	1.46E+00	1.52E+00	4.17E+02	1.28E-01	3.27E-02
13	1.47E+00	1.54E+00	3.33E+02	1.31E-01	3.30E-02
13	1.47E+00	1.54E+00	4.17E+02	1.31E-01	3.30E-02
14	1.48E+00	1.54E+00	3.02E+02	1.32E-01	3.30E-02
14	1.46E+00	1.54E+00	3.68E+02	1.30E-01	3.30E-02
0	1.49E+00	1.49E+00	3.07E+02	1.34E-01	3.20E-02
0	1.49E+00	1.49E+00	2.40E+02	1.34E-01	3.20E-02
1	1.50E+00	1.51E+00	3.45E+02	1.35E-01	3.23E-02
1	1.48E+00	1.49E+00	3.17E+02	1.32E-01	3.19E-02
0	1.46E+00	1.46E+00	1.59E+02	1.30E-01	3.14E-02
0	1.47E+00	1.47E+00	2.28E+02	1.31E-01	3.16E-02
1		1.48E+00	1.96E+02		3.17E-02
1	1.46E+00	1.49E+00	1.96E+02	1.30E-01	3.19E-02
1		1.49E+00	1.39E+02		3.20E-02
2	1.46E+00	1.49E+00	2.57E+02	1.30E-01	3.20E-02
2	1.49E+00	1.50E+00	2.43E+02	1.33E-01	3.22E-02
3	3.79E+01	1.51E+00	3.22E+02	3.16E-03	3.23E-02
3	1.48E+00	1.52E+00	2.65E+02	1.32E-01	3.25E-02
4	1.47E+00	1.52E+00	3.13E+02	1.31E-01	3.25E-02
4	1.46E+00	1.50E+00	2.66E+02	1.30E-01	3.22E-02
5	1.47E+00	1.52E+00	3.28E+02	1.31E-01	3.27E-02
5		1.52E+00	3.06E+02		3.25E-02

6	1.49E+00	1.52E+00	2.94E+02	1.33E-01	3.27E-02
6	1.47E+00	1.52E+00	3.03E+02	1.31E-01	3.27E-02
7	1.48E+00	1.53E+00	3.58E+02	1.32E-01	3.28E-02
7	1.49E+00	1.53E+00	3.39E+02	1.33E-01	3.28E-02
8	1.49E+00	1.54E+00	4.29E+02	1.33E-01	3.30E-02
8	1.49E+00	1.53E+00	4.90E+02	1.34E-01	3.28E-02
9	1.46E+00	1.53E+00	3.43E+02	1.30E-01	3.28E-02
9	1.48E+00	1.54E+00	3.46E+02	1.32E-01	3.30E-02
10	1.49E+00	1.54E+00	4.63E+02	1.33E-01	3.30E-02
10	1.49E+00	1.55E+00	3.63E+02	1.33E-01	3.31E-02
11	1.49E+00	1.55E+00	4.01E+02	1.34E-01	3.31E-02
11		1.55E+00	3.95E+02		3.31E-02
12	1.47E+00	1.54E+00	3.72E+02	1.31E-01	3.30E-02
12		1.55E+00	4.41E+02		3.33E-02
13	1.46E+00	1.55E+00	3.85E+02	1.30E-01	3.33E-02
13	1.49E+00	1.55E+00	4.06E+02	1.34E-01	3.33E-02
14	1.50E+00	1.55E+00	4.65E+02	1.35E-01	3.33E-02
14	1.49E+00	1.55E+00	4.70E+02	1.33E-01	3.33E-02
15	1.49E+00	1.56E+00	4.62E+02	1.34E-01	3.35E-02
15	1.50E+00	1.56E+00	4.77E+02	1.35E-01	3.35E-02
16	1.49E+00	1.56E+00	4.24E+02	1.33E-01	3.35E-02
16	1.48E+00	1.55E+00	4.63E+02	1.32E-01	3.33E-02
17	1.50E+00	1.56E+00	4.49E+02	1.35E-01	3.35E-02
17	1.49E+00	1.56E+00	5.55E+02	1.33E-01	3.35E-02
18	1.49E+00	1.57E+00	4.96E+02	1.34E-01	3.36E-02
0	1.50E+00	1.50E+00	2.20E+02	1.35E-01	3.22E-02
1	1.50E+00	1.51E+00	2.12E+02	1.35E-01	3.23E-02
2	1.49E+00	1.51E+00	2.06E+02	1.33E-01	3.23E-02
3	1.51E+00	1.52E+00	3.09E+02	1.36E-01	3.27E-02
4	1.50E+00	1.53E+00	2.82E+02	1.35E-01	3.28E-02
5	1.50E+00	1.54E+00	2.81E+02	1.35E-01	3.30E-02
6	1.51E+00	1.55E+00	4.34E+02	1.36E-01	3.31E-02
7	1.50E+00	1.55E+00	3.59E+02	1.35E-01	3.33E-02
8	1.51E+00	1.55E+00	4.39E+02	1.36E-01	3.33E-02
9	1.50E+00	1.56E+00	4.91E+02	1.35E-01	3.35E-02
10	1.51E+00	1.55E+00	4.14E+02	1.36E-01	3.33E-02
11	1.50E+00	1.55E+00	4.40E+02	1.35E-01	3.33E-02
12	1.51E+00	1.56E+00	4.81E+02	1.36E-01	3.35E-02
13	1.51E+00	1.57E+00	5.55E+02	1.36E-01	3.36E-02
14	1.50E+00	1.57E+00	5.01E+02	1.35E-01	3.36E-02
200			285		
200			660		
200			535		
240			508		
240			603		
260			446		
260			462		

260			478		
260			553		
300			414		
240			684		
300			462		

表 1: 実験結果

粉体の材質	入れた質量 (g)	底面から棒迄の高さ (cm)	メスシリンダーの半径 (cm)	棒の半径 (cm)
砂	72.68	2.8	1.27E+00	0.6

叩く回数 (回)	叩く前の密度 (g/cm ³)	叩いた後の密度 (g/cm ³)	力 (N)	叩く前密度誤差 (g/cm ³)	叩いた後の密度誤差 (g/cm ³)
0	1.50E+00	1.50E+00	6.8E+00	2.02E-01	3.21E-02
0	1.44E+00	1.44E+00	7.7E+00	1.88E-01	3.08E-02
0	1.48E+00	1.48E+00	8.3E+00	1.96E-01	3.15E-02
8	1.50E+00	1.54E+00	1.69E+01	2.02E-01	3.29E-02
8	1.52E+00	1.54E+00	1.65E+01	2.08E-01	3.29E-02
16	1.50E+00	1.55E+00	2.27E+01	2.02E-01	3.32E-02
16	1.49E+00	1.51E+00	2.37E+01	1.99E-01	3.23E-02
16	1.52E+00	1.55E+00	2.37E+01	2.08E-01	3.32E-02
16	1.49E+00	1.50E+00	1.45E+01	1.99E-01	3.21E-02
16	1.52E+00	1.52E+00	2.01E+01	2.08E-01	3.26E-02
24	2.30E+01	1.54E+00	2.87E+01	4.25E+01	3.29E-02
24	1.51E+00	1.54E+00	2.52E+01	2.05E-01	3.29E-02
26	1.48E+00	1.55E+00	1.98E+01	1.96E-01	3.32E-02
24	1.51E+00	1.52E+00	2.14E+01	2.05E-01	3.26E-02
26	1.49E+00	1.54E+00	2.03E+01	1.99E-01	3.29E-02
33	1.51E+00	1.54E+00	2.57E+01	2.05E-01	3.29E-02
33	1.52E+00	1.55E+00	2.89E+01	2.08E-01	3.32E-02
33	1.51E+00	1.56E+00	3.18E+01	2.05E-01	3.35E-02
33	1.49E+00	1.56E+00	3.11E+01	1.99E-01	3.35E-02
41	1.50E+00	1.58E+00	2.52E+01	2.02E-01	3.37E-02
241	2.30E+01	1.55E+00	1.50E+01	4.25E+01	3.32E-02
41	2.30E+01	1.55E+00	1.48E+01	4.25E+01	3.32E-02
0	1.49E+00	1.49E+00	1.49E+01	1.99E-01	3.18E-02
0	1.49E+00	1.49E+00	1.26E+01	1.99E-01	3.18E-02
0	1.50E+00	1.50E+00	1.11E+01	2.02E-01	3.21E-02
0	1.50E+00	1.50E+00	1.08E+01	2.02E-01	3.21E-02
241	2.30E+01	1.56E+00	2.14E+01	4.25E+01	3.35E-02

表 2: 実験結果

測定誤差としては、粉粒体の質量に 0.01(g)、メスシリンダーの内半径に 0.01(cm)、棒の半径に 0.01(cm)、力の値に 1(N) をとり、粉粒体の表面の高さに対しては、叩いた後については 0.1(cm) をとり、叩く前については高さ 0.1(cm) の他に、経験的に知られている砂の傾斜角 $\theta = 37^\circ$ を用いて、一定の極角によって切り取られた円柱の体積:

$$\int_0^{2r \tan \theta} dz \left\{ \pi r^2 - 2r^2 \operatorname{Arccsin} \left(\frac{z}{2r \tan \theta} \right) + \frac{r}{\tan \theta} z \sqrt{1 - \frac{z^2}{4r^2 \tan^2 \theta}} - \frac{\pi z^2}{2 \tan \theta} + \frac{1}{\tan^2 \theta} z^2 \operatorname{Arccsin} \left(\frac{z}{2r \tan \theta} \right) \right\}$$

$$= \frac{32}{9} r^3 \tan \theta$$

を誤差として用いた. 但し r はメスシリンダーの内半径.

4 解析

4.1 密度と摩擦力の関係

各場合について, 密度と摩擦力の関係は以下の図 2,3 である.

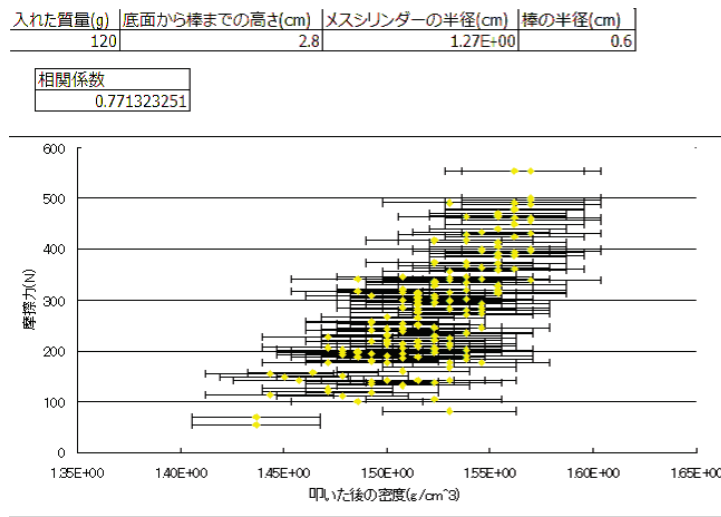


図 2: 叩いた後の密度と摩擦力の関係

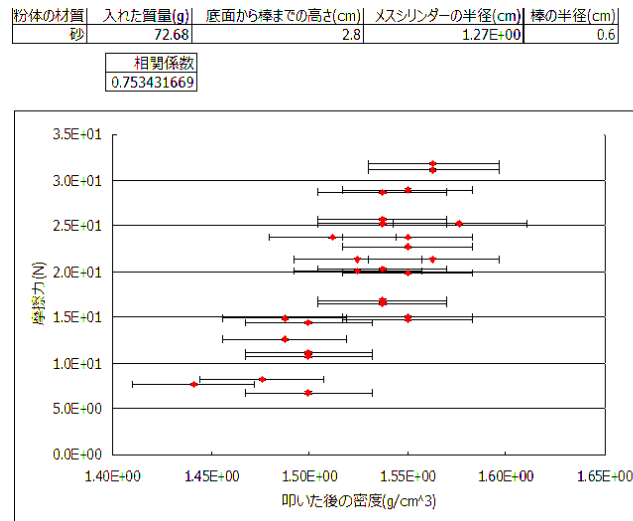


図 3: 叩いた後の密度と摩擦力の関係

それぞれ相関は強いが、測定誤差に対して密度の変化が小さく、定量的な関係を得るには至らない。

4.2 叩く回数と摩擦力の関係

叩く回数と摩擦力の関係は以下の図 4 である。

これを回帰分析する。

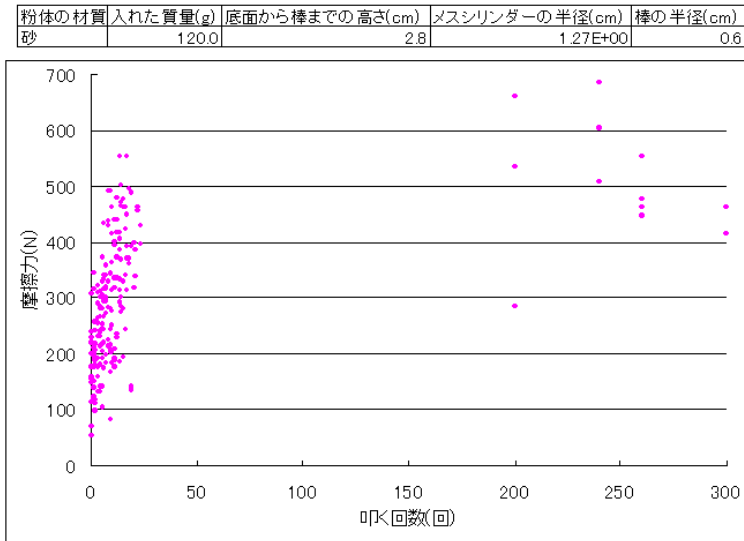


図 4: 叩いた回数と摩擦力の関係

4.2.1

回数を n 、摩擦力を F とすると、 n に対し F が急速に立ち上がりその後飽和しているように見えるから、まず関数として $F = -exp(-bn + a) + C$ ($a, b, C > 0$) の形を仮定する。この C の値が飽和した後の値だから、 $n > 200$ におけるデータセットの F の平均をこれにとる。:

$$C = 507.5$$

4.2.2

次に、 $n < 25$ の時のデータを用いて関数の立ち上がり方を分析する。今回は簡単のため、飽和後の F の値とした $507.5(N)$ 以下の値をとったデータセットのみを用いる。この時 $\ln(C - F) = -bn + a$ であるから、左辺の値を最小自乗法を用いて計算すると、 $a = 5.79, b = 0.0669$ である。

4.2.3

以上の計算で得られた回帰曲線と、実験値との関係は以下の図 5,6 である。

これは目安程度には実験値を再現しているように思えるが、今回のやり方では飽和値や関数型の決定に恣意性が高く、定量的な意味がある曲線ではないと考える。

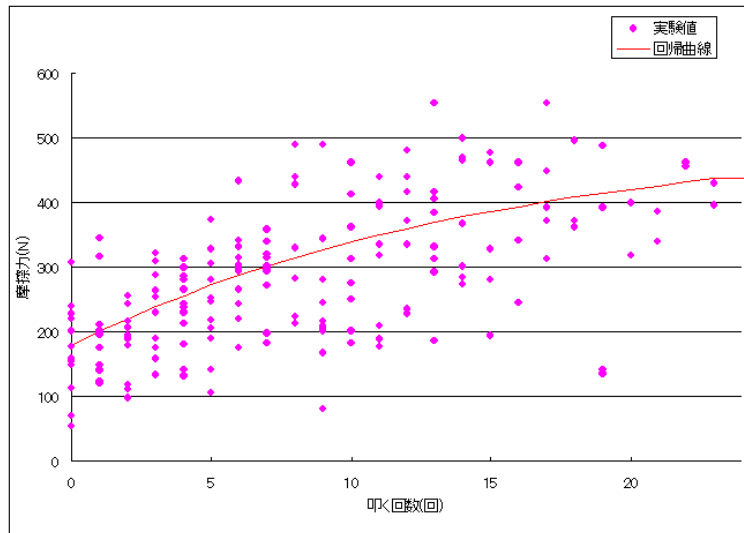


図 5: グラフの立ち上がり方と回帰曲線

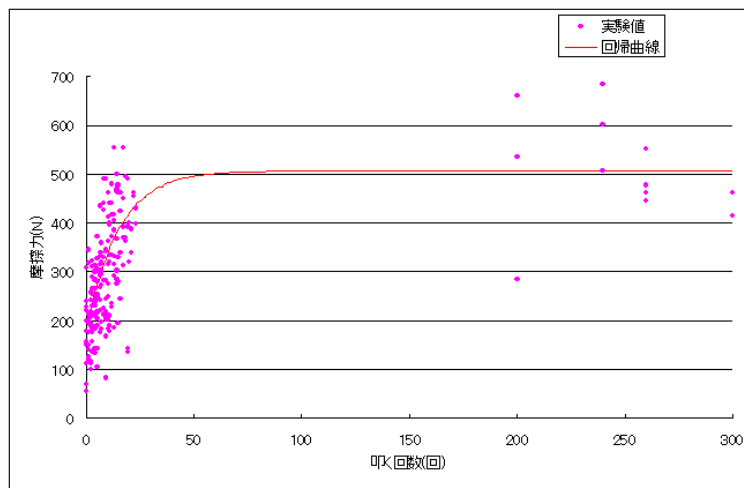


図 6: 叩いた回数と摩擦力の関係

5 まとめ

以上のように、今回は定量的に現象を意味づけられるような実験は出来なかった。履歴が大きく関係してくる今回のような実験で、データ列を1つの系列として扱おうとするのならば、1つのパラメータのみに注目するのではなく、それぞれのデータを位置づけられるように観察すべきパラメータを増やし、多変量解析の目処をつけてから定量的な関係を探るべきだったと思う。